
Modelo de Gross-Neveu

Gross-Neveu Model

William Santos Cunha

Graduando em Física - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará - *Campus* Belém. **Endereço:** Pass. Santa Teresinha, No: 132. Bairro: Coqueiro. CEP.: 67113-260. **E-mail:** williamcnh1@gmail.com.

Leonardo Oliveira do Nascimento

Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará - *Campus* Belém. Doutor em Física - UFPA.

João Paulo da Silva Alves

Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará - *Campus* Belém. Doutor em Física - UFPA.

Charles da Rocha Silva

Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará - *Campus* Belém. Doutor em Física - UFPA.

RESUMO

Neste trabalho é realizado uma revisão teórica das principais características, simetrias e aplicações do modelo de Gross-Neveu na cromodinâmica quântica e na física da matéria condensada, com ênfase no estudo do poliacetileno.

Palavras-chave: Gross-Neveu. Características. Simetrias. Aplicações.

ABSTRACT

In this work it is perform a theoretical review of the main characteristics, symmetries and applications of the Gross-Neveu model in quantum chromodynamics and condensed matter physics, with emphasis on the study of polyacetylene.

Keywords: Gross-Neveu. Characteristics. Symmetries. Applications.

INTRODUÇÃO

Com o advento da descoberta das partículas subnucleares na década de 60, surge a cromodinâmica quântica (CQD), o ramo da física que tem por objetivo analisar as interações entre quarks e glúons, que são os principais constituintes da matéria. A CQD apresenta uma álgebra muito complexa, o que torna seu estudo analítico muito difícil. Neste contexto, tornou-se usual considerar teorias mais simples na tentativa de reproduzir características fundamentais da CQD, em especial na escala de baixas energias (ROCHA, 2015).

Em 1974, David Gross e André Neveu propõem um modelo de interações quárticas fermiônicas não massivo e não renormalizável em dimensões espaço-tempo maior que 2, o qual se tornou um “toy model” da CQD, isto é um modelo teórico o qual permite estudos de alguns aspectos fundamentais da teoria. Em baixas energias o modelo possui características dinâmicas análogas a CQD, como a quebra espontânea de simetria quiral e a liberdade assintótica (GROSS, NEVEU, 1974).

O objetivo deste trabalho é apresentar uma revisão teórica das principais características do modelo de Gross-Neveu em duas dimensões e sua aplicação na física da matéria condensada, em especial no estudo do poliacetileno.

NOTAÇÃO

No trabalho será utilizado o sistema de unidades naturais (SUN), no qual considera-se que a velocidade da luz e a constante de Planck são grandezas adimensionais ($c=\hbar=1$). Com a adoção do SUN, chega-se à conclusão que $L=T=M^{-1}$, sendo L, T e M as dimensões de espaço, tempo e massa, respectivamente. Os cálculos são realizados no espaço de Minkowski cuja métrica é a matriz diagonal $g_{\mu\nu} = (-1,1)$ (NETO, 2017).

O MODELO

O modelo de Gross-Neveu descreve N campos fermiônicos interagindo de maneira quártica em cada ponto, com a densidade de lagrangiana expressa pela equação (1) (GROSS, NEVEU, 1974)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial_{\mu}\gamma^{\mu} - m)\psi + \frac{g}{2}(\bar{\psi}\psi)^2 \quad (1)$$

sendo g a constante de acoplamento, γ^{μ} as matrizes de Dirac, ∂_{μ} o quadri-vetor derivada e m a massa do campo. Os termos ψ e $\bar{\psi}$ representam, respectivamente, um campo de matéria (um elétron, por exemplo) e antimatéria (um pósitron) (PESKIN, SCHROEDER, 1996).

O primeiro termo da equação (1) representa a densidade de lagrangiana de Dirac, a qual representa a propagação livre dos campos. O segundo descreve a interação dos campos envolvidos e carrega implicitamente a matriz identidade (KAKU, 1993).

O modelo possui constante de acoplamento g com dimensão

igual a $[M]^{2-D}$. Logo, para $D=2$ o modelo é renormalizável, uma vez que a constante de acoplamento será adimensional. Para valores de $D>2$ a teoria sempre será não renormalizável, pois a constante de acoplamento terá dimensão negativa (SCHWARTZ, 2014).

Da equação (1) pode-se obter o propagador e vértice da teoria, que são dados, respectivamente, pelas equações (2) e (3) (GOMES, 2015; RYDER, 1996).

$$S(p) = i(p_\mu \gamma^\mu - m)^{-1}, \quad (2)$$

$$ig/2. \quad (3)$$

Graficamente, o propagador e o vértice são apresentados na Figura 1.

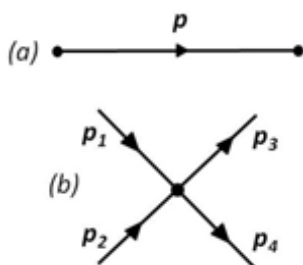


Figura 1. (a) Propagador e (b) Vértice.

SIMETRIAS E CARACTERÍSTICAS

O modelo de Gross-Neveu apresenta a invariância de Poincaré, assim como as simetrias discretas de paridade ($\mathcal{P}$) e de reversão temporal ($\mathcal{T}$) (ROCHA, 2015).

De acordo com Neto (2017) a simetria de paridade significa que o modelo é invariante para transformações de inversões espaciais, ao passo que a simetria temporal nos revela que o modelo é invariante para à

inversão temporal.

Partindo de um estado inicial sem massa representado pela densidade de lagrangiana da equação (4) (GROSS, NEVEU, 1974).

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu)\psi + \frac{g}{2}(\bar{\psi}\psi)^2 \quad (4)$$

Temos que o modelo apresenta uma geração espontânea de massa, o que quebra sua simetria quiral. Sendo esta uma particularidade do modelo de Gross-Neveu, pois diferente dos modelos apresentados na época este processo ocorre sem o uso do mecanismo de Higgs, já que não é possível que partículas de goldstone (bosóns) se formem em duas dimensões espaço-temporais (BAHIA, 2011).

Quando falamos de quebra de simetria significa dizer que a partir de certo valor crítico de massa o estado inicial do modelo seja alterado se tornando infinitamente degenerado (OLIVEIRA, 2007).

O procedimento de geração espontânea de massa e quebra de simetria é descrito pelo método de expansão $1/N$, sendo a maneira inicialmente proposta para descrever o modelo. Este método consiste em redefinir a constante de acoplamento em função de um termo $1/N$, no qual N é o número de campos (também chamado de índice de sabor). Então fazendo uma expansão dos termos, de modo que ao levar em consideração os infinitos campos presentes no modelo ($N \rightarrow \infty$) sobram apenas termos de ordem mais baixas os quais realmente carregam as informações relevantes

do modelo (GROSS, NEVEU, 1974; DOSSOW, 2016).

Outra característica bastante atrativa do modelo de Gross-Neveu é a liberdade assintótica, sendo que o modelo foi criado no intuito de possuir a mesma, a qual significa que para momentos muito altos e comprimentos muito pequenos a constante de acoplamento irá diminuir fazendo com o mesmo possua uma boa aproximação dos resultados por métodos perturbativos. No entanto, devido aos altos valores de momento a teoria sofrerá com divergências ultravioletas (UV) sendo necessário o auxílio de alguma técnica de renormalização para se extrair os dados físicos do modelo (GONZÁLES, 2010).

APLICAÇÕES

Recentemente descobriu-se que o polímero poliacetileno tem propriedades de condução elétrica semelhantes a metais como a prata por exemplo, esta descoberta gerou grande interesse pois além de ter um processo de produção mais simples e barato ainda permite a construção de sistemas eletrônicos extremamente pequenos. Como a estrutura fina do poliacetileno está presente praticamente em uma dimensão espacial, podemos considerá-lo um material bidimensional. Em vista disso o modelo de Gross-Neveu tem sido fundamental para os estudos sobre esse material (OLIVEIRA, 2007).

Além de podermos obter os valores de energia pelo método perturbativo, devido à quebra de

simetria, também é possível a obtenção da massa das partículas envolvidas em valores mensuráveis. No entanto, convém fazer esses procedimentos assim como a obtenção das integrais, usando preferencialmente a regularização dimensional para isolar as divergências, a uma temperatura zero (T_0) previamente definida uma vez que a altas temperaturas as simetrias do modelo são restauradas (GONZÁLES, 2010).

Para uma revisão sobre o estudo da regularização dimensional veja Nascimento et. al (2020, no prelo).

Como demonstrado por Gross, Politzer e Wilczek em 1973 os quarks e glúons são assintoticamente livres e tais partículas possuem spin semi-inteiro, além de possuírem a invariância por paridade ($\mathcal{P}$). A partir dessas características é possível perceber que o modelo de Gross-Neveu vem sendo amplamente utilizado para descrever as interações fortes entre quarks e glúons (BETHKE, 2007; NETO, 2017; ROCHA, 2015).

CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizado uma revisão teórica das principais características e simetrias do modelo de Gross-Neveu. Em especial a liberdade assintótica, característica essencial da CDQ, e a quebra espontânea da simetria quiral, observada a partir da geração de massa para férmions não massivos.

Destaca-se que em duas dimensões espaço-temporais, a teoria

é renormalizável, o que torna possível sua análise perturbativa. O modelo admite a expansão $1/N$, método não perturbativo, geralmente utilizado no âmbito da QCD, além disto o mesmo tem uma crescente aplicação na física da matéria condensada, sendo esta uma das áreas no qual o modelo vem se destacando, principalmente devido ao interesse da geração de condutores com o uso do poliacetileno.

Para um melhor entendimento sobre o campo de atuação da física da matéria condensada recomendamos a leitura de Pereira, Almeida e Garcia (2019, no prelo).

Por fim enfatizamos que neste trabalho abordamos apenas um modelo de quatro férmions, o modelo de Gross-Neveu. Para um estudo mais geral sobre modelos de quatro férmions veja Nascimento, Nascimento e Cunha (2020, no prelo).

REFERÊNCIAS

BAHIA, Carlos André da Silva. **As Funções dos Grupo de Renormalização no Modelo mais Geral com Interações Quárticas Fermiônicas com Simetria $U(N)$ em $(1+1)D$.** Universidade Federal do Pará, 2011.

BETHKE, S. **Experimental tests of asymptotic freedom.** *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Volume 58, Issue 2, Pages 351-386, 2007.

DOSSOW, Ricardo Andrés Martinez

von. **O modelo de Gross-Neveu em um ponto de Lifshitz.** Universidade da Paraíba, 2016.

GOMES, Marcelo Otávio Caminha. **Teoria Quântica dos Campos.** 2ª Edição. Editora da Universidade de São Paulo. 2015.

GONZÁLES, Juan Santiago Cortéz. **Operadores Compostos Locais e Gap de Massa do modelo de Gross-Neveu.** Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, 2010.

GROSS, David and NEVEU, André. **Dynamical Symmetry Breaking in Asymptotically Free Field Theories.** PRD 10, 10 (1974).

KAKU, M. **Quantum Field Theory: A Modern Introduction.** Oxford University Press. 1993.

NASCIMENTO, Leonardo Oliveira; MORAES JR, Alcemiro Paes de; DIAS, Gustavo Augusto Nogueira; COSTA, Marcos Adriano Barros. **Métodos de Regularização Aplicados a Teoria do Campo Escalar.** *Revista Engrenagem* N°19 (2020). No prelo.

NASCIMENTO, Leonardo Oliveira do; NASCIMENTO, Leandro Oliveira do; CUNHA, William Santos. **Interações de Quatro Férmions.** *Revista Engrenagem* N°20 (2020). No prelo.

NETO, João Barcelos. **Teoria de**

Campos e a Natureza - Parte Quântica. 1ª Edição. Livraria da Física. São Paulo. 2017.

PEREIRA, D. P.; ALMEIDA, L. M; GARCIA, R. S. S.; **Transições de Fase em Alta Temperatura do Cristal de KDP:Ni: uma abordagem teórica.** Revista Engrenagem. Nº 17, Ano IX, junho/2019. ISSN: 2236-4757. No prelo.

PESKIN, M. E. and SCHROEDER, D. V. **An Introduction to Quantum Field Theory.** Addison Wesley Publishing Company. 1996.

OLIVEIRA, Fernando Jesus. **O modelo de Gross-Neveu como uma teoria efetiva para o poliacetileno: efeitos a densidade finita.** Universidade Federal de São João del Rei, 2007.

ROCHA, Paulo Magalhães Marciano da. **Modelo de Gross-Neveu e Simetrias: Soluções Analíticas e Dinâmica de Campos Térmicos.** Universidade de Brasília, 2015.

RYDER, Lewis H. **Quantum Field Theory.** Second Edition. Cambridge University Press. New York. 1996.

SCHWARTZ, Matthew D. **Quantum Field Theory and Standard Model.** Second Edition. Cambridge University Press. New York. 2014.